

ML 演習第 4 回

課題

末永, 遠藤, 大山

問題 4 (optional)

1. 環 (ring) を表す signature RING を定義せよ.
2. RING によって制限のかけられたモジュールを一つ定義せよ.
3. 環を受け取って, その要素を係数に持つ多項式の環を返す functor MakePoly を定義せよ. MakePoly を 2 で定義したモジュールに適用して, その結果に RING で制限をかけても型エラーにならないことを確認せよ.

補足 集合 R は以下の条件を満たす演算子 $+$ と $*$ が定義されているとき環と呼ばれる.

1. $+$ と $*$ は結合的. すなわち, 任意の $a, b, c \in R$ について $a * (b * c) = (a * b) * c$ かつ $a + (b + c) = (a + b) + c$.
2. $+$ に関して可換群をなす¹.
3. $*$ に関してモノイドをなす²
4. $*$ は $+$ に対する分配則を満たす. すなわち, 任意の $a, b, c \in R$ について $a * (b + c) = (a * b) + (a * c)$ かつ $(a + b) * c = (a * c) + (b * c)$.

RING は

1. 実装を隠蔽した環のデータ型 `t`.
2. $*$ に相当する関数 `mul`.
3. $*$ の単位元 `one`.
4. $+$ に相当する関数 `add`

¹可換群の定義は自分で思い出すこと.

²モノイドの定義は自分で思い出すこと. なお $*$ に関しては半群で良いとする定義もあるが, この課題ではモノイドということにする.

5. + の単位元 zero.
6. t 型の値を受け取って + に関する逆元を返す関数 neg
7. 型 t の値を受け取って表示する関数 print

が正しい型で定義されていることを保証する signature にすればよい。(「mul が実際に結合的」や、「one が実際に mul に対して単位元になっている」などの性質は ML の型システムでは保証できない.)